Subiectul II — Exercițiul 1

Matematica — M2_Stiinte-ale-Naturii

Toate aparițiile acestui exercițiu din toate modelele de examen din categoria de mai sus.

102 exerciții · din 102 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A_n\left(n-1,n+2\right)$, $n\in\mathbb{N}^*$.
5p	**a)** Determinați ecuația dreptei A_1A_2.
5p	**b)** Demonstrați că punctele A_m, A_n, A_p sunt coliniare, oricare ar fi $m,n,p\in\mathbb{N}^*$.
5p	**c)** Pentru fiecare $p\in\mathbb{N}^*$ notăm $M_p=\left\{n\in\mathbb{N}^*\,\middle|\,A_nA_p\leq 2\right\}$. Determinați elementele mulțimii M_{2011}.

2. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y-2z=0 \\ x-y+z=1 \\ x+y+az=2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Calculați determinantul matricei asociate sistemului.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea asociată sistemului este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a=0$, rezolvați sistemul de ecuații.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 1$.

3. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+ay+3z=1 \\ 4x+a^2y+9z=1 \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$ şi se notează cu A matricea sistemului.

5p **a)** Arătați că $\det A=-a^2+5a-6$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale numărului a pentru care matricea A este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a=1$, rezolvați sistemul.

4. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

1. Se consideră matricele $H(x)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & \ln x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, cu $x\in(0,+\infty)$.

5p **a)** Arătați că $\det(H(x))=1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați numărul real a, $a>0$, astfel încât $H(x)\cdot H(a)=H(x)$, pentru orice $x>0$.

5p **c)** Calculați determinantul matricei $H(1)+H(2)+\ldots+H(2012)$.

5. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Pentru n număr natural se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2n+1 & n & 1 \\ 2n^2+1 & n^2 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați suma elementelor matricei A.

5p **b)** Determinați numerele naturale n pentru care matricea A are determinantul diferit de zero.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $A_n(2n+1,n)$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$. Determinați valorile numărului natural n, $n\geq 2$ pentru care aria triunghiului $OA_nA_{n^2}$ este egală cu n^2-3.

6. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculaţi $\det(A(2))$.
5p	**b)** Arătaţi că $A(1)\cdot A(2)=5A(1)$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x))=0$.

7. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

	1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ x & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătaţi că $A(2)+A(6)=2A(4)$.
5p	**b)** Determinaţi numărul real x pentru care $\det(A(x))=0$.
5p	**c)** Determinați inversa matricei $A(2)$.

8. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculaţi $\det A$.
5p	**b)** Arătaţi că $A^2-6A=I_2$.
5p	**c)** Determinaţi inversa matricei $B=A-6I_2$.

9. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A$.

5p **b)** Verificaţi dacă $\det(A+B)>\det A+\det B$.

5p **c)** Determinaţi numărul matricelor $X=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & b\end{pmatrix}$ pentru care $X^2=A$, unde a şi b sunt numere reale.

10. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră determinantul $D(a,b)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & b\\ 1 & a^2 & b^2\end{vmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
5p	**a)** Calculați $D(1,0)$.
5p	**b)** Arătați că $D(a,b)=(a-1)(b-1)(b-a)$ pentru orice numere reale a și b.
5p	**c)** Demonstraţi că numărul $D(m,n)$ este par pentru orice numere întregi m și n.

11. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 2a+1 & 1 \\ 1-a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Calculaţi $\det(A(1))$.
5p	**b)** Determinaţi numărul real a ştiind că $\det(A(a))=1$.
5p	**c)** Determinaţi inversa matricei $A(0)$.

12. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculaţi $\det B$.
5p	**b)** Arătaţi că $AB=BA$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(B+xA\right)=1$.

13. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(2))$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(-x)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Arătați că $\det(A(1)+A(2)+\cdots+A(n))=\dfrac{n^2(n-1)(n+3)}{4}$ pentru orice număr natural nenul n.

14. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 2 & x \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Calculaţi $\det(A(3))$.
5p	**b)** Arătați că $A(-2015)+A(2015)=2A(0)$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x))=x^2$.

15. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x,a)=\begin{pmatrix} x & a & a \\ -a & x & a \\ -a & -a & x \end{pmatrix}$, unde x și a sunt numere reale.
5p	**a)** Calculați $\det(A(2,0))$.
5p	**b)** Arătați că $A(x,a)+A(x,-a)=2xA(1,0)$, pentru orice numere reale x și a.
5p	**c)** Rezolvaţi în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(x,-3))=0$.

16. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x & 2\\ 3 & 6\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=-2$.
5p	**b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det\left(B(x)+I_2\right)=8$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.

17. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 3 \\ a-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $A(2014)+A(2016)=2A(2015)$.
5p	**b)** Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a))=0$.
5p	**c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(2)+xA(3))=0$.

18. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & -a \\ -a & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p **b)** Determinați numerele reale a, pentru care $\det(A(a))=0$.

5p **c)** Arătați că $A(a)A(b)=A(a+b)+abI_2$, pentru orice numere reale a și b, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

19. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0 & x\\ y & 0\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
5p	**a)** Arătați că $\det(2A)=-28$.
5p	**b)** Determinați numerele reale x și y, știind că $A+2B=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Dacă $AB=BA$, arătați că $\det B\leq 0$.

20. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

---

1. Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 1\\ x & 2x-1 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculaţi $\det(M(0))$.

5p **b)** Demonstrați că $2M(x)-M(-x)=M(3x)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(n,2n-1)$ şi $B(n^2,2n^2-1)$, unde n este număr natural, $n\geq 2$. Demonstrați că aria triunghiului OAB este număr natural.

21. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1+3x & 2x \\ -6x & 1-4x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(x)A(y)=A(x+y-xy)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Determinați numărul real x, știind că $A(2^x)A(2^x)=A(1)$.

22. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 2-a & 1 \\ 1 & 2-a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(2))=-1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(a)+A(-a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.
5p	**c)** Determinați numărul real x, știind că $A(x)A(x)=2A(1)$.

23. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(0))=4$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(1+m)+A(1-m)=2A(1)$, pentru orice număr real m.
5p	**c)** Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice număr real m.

24. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(0))$.

5p **b)** Demonstrați că $A(1+m)+A(1-m)=2A(1)$, pentru orice număr real m.

5p **c)** Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice număr real m.

25. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & x\\ 4 & 9 & x^2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Calculați $A(1)-A(0)$.
5p	**b)** Arătați că $\det(A(x))=(x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a))\leq\det(A(x))$, pentru orice număr real x.

26. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & x+1 & 1 \\ 2 & x & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p **b)** Determinați numărul real x, pentru care $A(x)+A(x+2)=2A(2)$.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(n,n+1)$, $N(2,n)$ și $P(3,0)$. Determinați numărul natural n, știind că punctele M, N și P sunt coliniare.

27. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 2x+5\\ 5 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(-2)\right)=-4$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)+A(-x)=A(2017)+A(-2017)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele reale p și q, pentru care $A(0)\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\ 6\end{pmatrix}$.

28. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 0 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)A(y)=xyI_2$, pentru orice numere reale x și y, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $A\left(3^a\right)A\left(3^{a+1}\right)A\left(3^{a+2}\right)=A(27)$.

29. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=2$.

5p **b)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot A\cdot A=xA+yI_3$.

5p **c)** Determinați inversa matricei $B=A+I_3$.

30. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2x \\ -2x & 1 & -2x^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(2))$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)+aA(0))=8$.

5p **c)** Știind că $\det((m+n)A(x))=\det(mA(x))+\det(nA(x))+18$, pentru orice număr real x, determinați numerele naturale m și n, $m<n$.

31. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră matricea $X(a,b)=\begin{pmatrix} a & b \\ 9b & a \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
5p	**a)** Arătați că $\det(X(3,1))=0$.
5p	**b)** Demonstrați că $X(a,b)X(c,d)=X(ac+9bd,ad+bc)$, pentru orice numere reale a, b, c și d.
5p	**c)** Determinați perechile de numere întregi (m,n) pentru care $\det(X(m,n))=1$.

32. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}-3 & -2\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ și $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(M(1))=0$.
5p	**b)** Demonstrați că $M(x)-M(2018)=M(-2018)-M(-x)$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** Determinați perechea de numere naturale nenule (m,n) pentru care $M(m)M(n)=M(mn)$.

33. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x+2 & x\\ 1 & -2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-7$.

5p **b)** Demonstrați că $xA(y)-yA(x)=(x-y)A(0)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale a, știind că $(aA(-1)+A(a))A(0)=(a^2+7)I_2$.

34. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 2a-1 & 1 \\ a-3 & a & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x+ay+z=1 \\ 3x+(2a-1)y+z=1 \\ (a-3)x+ay+z=2a-1 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=-5$.

5p **b)** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a))=0$.

5p **c)** Pentru $a=1$, determinați soluțiile (x_0,y_0,z_0) ale sistemului pentru care $x_0^2=y_0z_0$.

35. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix} x+1 & 0 & x+2 \\ 0 & x & 0 \\ 3-x & 0 & 4-x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(M(-1))$.

5p **b)** Demonstrați că $M(x)+M(y)=M(0)+M(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați perechile de numere naturale m și n, știind că suma elementelor matricei $M(m)\cdot M(1)$ este egală cu suma elementelor matricei $M(1)\cdot M(n)$.

36. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 3\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(1))=5$.

5p **b)** Demonstrați că $M(a)M(b)=M(a+b+4ab)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $M(a)M(a)=M(2)$.

37. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1+4a & -6a \\ 2a & 1-3a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.

5p **b)** Demonstrați că $A(a)A(b)=A(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați perechile de numere naturale m și n pentru care $A(m)A(n)=A(2)$.

38. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 4 \\ -4 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(-1)\right)=17$.

5p **b)** Demonstrați că $A(2019-a)+A(2019+a)=2A(2019)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Determinați perechile de numere reale x și y, pentru care $A(x)A(y)=2A(-8)$.

39. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricea $A(a,b)=\begin{pmatrix} a & 2b \\ -b & a \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1,1))=3$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(a,b)\cdot A(b,a)=A\left(-ab,a^2+b^2\right)$, pentru orice numere reale a și b.
5p	**c)** Determinați perechile de numere întregi m și n pentru care $\det(A(m,n))=1$.

40. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & x+3 \\ x-3 & x-2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(x))=5$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Determinați numărul natural n astfel încât $A(-3)+A(-2)+A(-1)+A(1)+A(2)+A(3)=nA(0)$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(1)=\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -4 & -7 \end{pmatrix}$.

41. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

---

1. Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & 3 \\ -3 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(x))=x^2+9$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Demonstrați că $A(2020-x)+A(2020+x)=2A(2020)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul natural n, pentru care $A(n)A(2-n)=2A(-6)$.

42. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Demonstrați că $M(x)M(y)=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați perechile de numere naturale (m,n) pentru care $M(m)M(n)=M(6)$.

43. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1+x & x \\ 2x & 1+2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=4$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)A(y)=A(x+y+3xy)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $A(a)A(a)=A(5)$.

44. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=A+xB$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(1))=0$.

5p **b)** Demonstrați că $M(x)M(y)=M(y)M(x)$ dacă și numai dacă $x=y$.

5p **c)** Determinați perechile de numere întregi (m,n) pentru care $M\left(m^2+1\right)M\left(n^2\right)=M\left(n^2\right)M\left(m^2+1\right)$.

45. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

---

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x+ay=1 \\ 2x+y+az=4 \\ -3x-y+z=1 \end{cases}$, unde a este număr real și $A(a)$ matricea coeficienților sistemului.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p **b)** Pentru $a=-1$, determinați soluția sistemului de ecuații.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr rațional p, matricea $A(p)$ este inversabilă.

46. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x,y)=xI_2+yA$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det A=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $M(x,y)\cdot M(a,b)=M(xa+yb,xb+ya)$, pentru orice numere reale a, b, x și y.

5p **c)** Determinați perechile (x,y) de numere reale, știind că $\det(M(x,y))=4$ și suma elementelor matricei $M(x,y)\cdot M(x,y)$ este egală cu 8.

47. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 1 & -2 & 1\\ a & 1 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+y-2z=1\\ x-2y+z=2\\ ax+y+z=3\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=-9$.

5p **b)** Demonstrați că suma elementelor matricei $B(a)=A(a)\cdot A(a)$ **nu** depinde de numărul real a.

5p **c)** Pentru $a=-2$, arătați că sistemul de ecuații este incompatibil.

48. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \ln a \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $a\in(0,+\infty)$.

5p **a)** Arătați că $\det(A(e))=e$.

5p **b)** Demonstrați că $\det\left(A\left(a^2\right)\right)=\det\left(A(a)\cdot A(a)\right)$, pentru orice $a\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Determinați numerele $a, b\in(0,+\infty)$ pentru care $A(a)+A(b)=2A(a)\cdot A(b)$.

49. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a & -1\\ 1 & -1 & -a\\ a & -1 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+ay-z=a\\ x-y-az=-1\\ ax-y+z=-1\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-4$.

5p **b)** Determinați mulțumea valorilor reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Arătați că sistemul de ecuații **nu** admite nicio soluție (x_0,y_0,z_0) pentru care $x_0=y_0=z_0$.

50. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} \left(m^2-1\right)x+my+4z=1 \\ x+y+z=0 \\ mx+3y+z=-1 \end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Determinați numărul real m pentru care tripletul $(-1,0,1)$ este soluție a sistemului de ecuații.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care sistemul de ecuații admite soluție unică.

5p **c)** Determinați numerele $m\in\mathbb{Z}\setminus\{-7,2\}$, pentru care sistemul de ecuații admite soluția (x_0,y_0,z_0), cu $x_0,y_0,z_0\in\mathbb{Z}$.

51. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 13 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=\det\left(A+I_2\right)$.
5p	**b)** Determinați numărul real a, știind că $A\cdot A\cdot A=aI_2$.
5p	**c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale, cu $m\neq n$, pentru care $\det\left(A+mI_2\right)=\det\left(A+nI_2\right)$.

52. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

---

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}5-a & 10\\ -2 & -4-a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=0$.

5p **b)** Determinați numărul real a, știind că $A(a)\cdot A(a)=A(0)$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea $A(-1)\cdot X=A(0)$.

53. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & \ln a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde $a\in(0,+\infty)$.

5p **a)** Arătați că $\det(A(a))=1$, pentru orice $a\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Demonstrați că $A(a)\cdot A(b)=A(ab)$, pentru orice $a,b\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Determinați $a\in(0,+\infty)$, astfel încât $A(a)\cdot A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2020\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

54. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x+2y-z=-1 \\ -2x-3y=1 \\ 2x+4y+az=-2 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(a)\right)=a+2$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Pentru $a=0$, determinați inversa matricei $A(a)$.

5p **c)** Pentru $a\neq -2$, rezolvați sistemul de ecuații.

55. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 2^x & 0 \\ 0 & 3^x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(x))=6^x$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Determinați numărul real x, știind că $A(x)\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot A(x)$.

5p **c)** Demonstrați că, orice matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X\cdot X=A(1)$ are două elemente numere iraționale.

56. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(a)\right)=4$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Arătați că $A(a)\cdot A(b)=2A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați numărul real x și numărul natural n pentru care $A(1)\cdot A(2)\cdot\ldots\cdot A(5)=2^n A(x)$.

57. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ a^2 & a^3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(a))=0$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(2)+xI_2)=0$.

5p **c)** Arătați că, dacă $A(a)\cdot A(b)=A(b)\cdot A(a)$, atunci $a=b$.

58. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

1. Se consideră matricea $A(a,b)=\begin{pmatrix} a+1 & a-1 \\ b & b-2 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(2,3)\right)=0$.

5p **b)** Demonstrați că, dacă $a\in\mathbb{Q}$ și $b\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$, atunci matricea $A(a,b)$ este inversabilă.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\left(-1,\sqrt{2}\right)\cdot X=A(0,0)$.

59. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -1 & a\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+2y-z=2\\ y+3z=4\\ 2x-y+az=2\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=18$.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care sistemul de ecuații are soluție unică.

5p **c)** Pentru $a=1$, rezolvați sistemul de ecuații.

60. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+z=1\\ y+z=2\\ x+y=a\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-2$.

5p **b)** Arătați că matricea $B=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$ este inversa matricei A.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că sistemul de ecuații are soluția (x_0,y_0,z_0) cu x_0, y_0, z_0 termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

61. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det(A\cdot A)=a^2b^2$, pentru orice numere reale a și b.

5p **b)** Se consideră matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A\cdot X=X\cdot A$. Demonstrați că, dacă a și b sunt numere reale distincte, atunci există numerele reale x și t astfel încât $X=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix}$.

5p **c)** Pentru $a=4$ și $b=0$, determinați matricele $Y\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $Y\cdot Y=A$.

62. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 12+a & a \\ 1+a & 3+a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(0)\right)=36$.

5p **b)** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A(a)-(12+a)I_2\right)=0$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Se consideră matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea $X\cdot X=A(0)$. Arătaţi că cel puţin un element al matricei X este număr iraţional.

63. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 2a-1 & 4a-4 \\ 1-a & 3-2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=1$.

5p **b)** Demonstrați că $A(a)\cdot A(b)=A(a+b-1)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați numărul natural n, știind că $A(1)\cdot A(2)\cdot A(2^2)\cdot A(2^3)\cdot A(2^4)=A(32)\cdot A(-n)$.

64. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră a un număr real nenul și matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1+2x & 0 & -4x \\ 0 & a & 0 \\ x & 0 & 1-2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(x))=a$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Determinați numărul real nenul a astfel încât $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Pentru $a=1$, determinați matricea $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X=A(3)$.

65. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(a,b)=\begin{pmatrix} a & a-2 \\ b+1 & b-1 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1,0)\right)=0$.

5p **b)** Demonstrați că, dacă $a\in(-\infty,0)$ și $b\in(0,+\infty)$, atunci matricea $A(a,b)$ este inversabilă.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(1,3)\cdot X=A(2,1)$.

66. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -a & 1 \\ 2 & a & -1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ x-ay+z=3 \\ 2x+ay-z=2 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=-3$.

5p **b)** Determinați numerele reale a pentru care matricea $B(a)=A(a)\cdot A(a)$ are două elemente egale cu 0.

5p **c)** Pentru $a=1$, arătați că sistemul de ecuații nu are soluții.

67. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} 4 & 1 & m \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 4x+y+mz=9 \\ x+2y-z=4 \\ -2x-3y=-7 \end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(m))=m-10$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați inversa matricei $A(9)$.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr real m, $m\neq 10$, dacă (a,b,c) este soluția sistemului de ecuații, atunci $\log_2 a=b+c$.

68. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a,b)=aI_2+bA$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Demonstrați că $M(a,b)\cdot M(x,y)=M(ax,ay+bx)$, pentru orice numere reale a, b, x și y.

5p **c)** Arătați că, dacă x și y sunt numere reale pentru care matricele $B=M(x,2y)+M(y,2x)$ și $C=M\left(x\sqrt{2},1\right)\cdot M\left(y\sqrt{2},1\right)$ sunt egale, atunci $x^2+y^2=0$.

69. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \sqrt{a} \\ 1 & 0 & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde $a\in(0,+\infty)$.

5p **a)** Arătați că $\det(A(4))=1$.

5p **b)** Demonstrați că $\det(A(a)\cdot A(1)-A(a+1))>0$, pentru orice $a\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Arătați că matricea $B(n)=A(1^2)+A(2^2)+A(3^2)+\ldots+A(n^2)$ este inversabilă, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$.

70. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 2 & 4 & -a \\ 1 & a & -1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax+2y+z=1 \\ 2x+4y-az=1 \\ x+ay-z=0 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-3$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Arătați că sistemul de ecuații **nu** admite nicio soluție (x_0,y_0,z_0) astfel încât $x_0=\frac{y_0}{2}=\frac{z_0}{3}$.

71. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 2a & 1 & 1 \\ 1 & 2a & 1 \\ 1 & a & -1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 2ax+y+z=0 \\ x+2ay+z=1 \\ x+ay-z=-1 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(-1))=-3$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care sistemul de ecuații admite soluție unică.

5p **c)** Determinați numărul întreg a, știind că există numerele reale y_0 și z_0 astfel încât $(1, y_0, z_0)$ este soluție a sistemului de ecuații.

72. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & a+1 \\ a+2 & a+3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=-2$.

5p **b)** Arătaţi că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.

5p **c)** Demonstraţi că, dacă a şi b sunt numere întregi și $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A(a)\cdot X=A(b)$, atunci elementele matricei X sunt numere întregi.

73. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1+5x & -2x \\ 10x & 1-4x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.

5p **b)** Demonstraţi că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinaţi perechile de numere întregi (m,n) pentru care matricea $A(m)$ este inversa matricei $A(n)$.

74. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

1. Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} 4^x & 0 \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}$, unde x este număr real și $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det(A(x))=6^{2x}$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(x)\cdot B=B\cdot A(x)$.

5p **c)** Demonstrați că orice matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X\cdot X=A(1)$ are toate elementele numere întregi.

75. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ şi $B(a,b)=\begin{pmatrix}1 & a\\ b & 1\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det\left(B(1,2)\right)=-1$.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A\cdot B(a,b)\right)=0$, pentru orice numere reale a şi b.

5p **c)** Determinați numerele reale a şi b pentru care $A\cdot B(a,b)=B(a,b)\cdot A$.

76. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det\left(A\left(\sqrt{2}\right)\right)=3$.
5p	**b)** Arătați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.
5p	**c)** Determinați numărul întreg k pentru care $A(1)\cdot A(1)\cdot A(1)\cdot A(1)\cdot A(1)=kA(1)$.

77. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x,y)=\begin{pmatrix}x+3y & 4y\\ -2y & x-3y\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1,1))=0$.

5p **b)** Demonstrați că, dacă matricea $A(x,y)$ este inversabilă, atunci $|x|\neq|y|$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n), de numere întregi, pentru care $A(m,n)\cdot A(-m,n)=I_2$.

78. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1+2^a & 2^a\\ -2^a & 1-2^a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p **b)** Arătați că $A(1)+A(2)-A(1)\cdot A(2)=I_2$.

5p **c)** Se consideră numerele naturale m şi n, astfel încât $A(m)\cdot A(n)=A(m+n)$. Arătaţi că $m=n=1$.

79. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ x-1 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(-1)\right)=3$.

5p **b)** Demonstrați că matricea $A(x)$ este inversabilă, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(1)\cdot X\cdot A(1)=A(2)$.

80. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ și $B(x)=xI_2+iA$, unde x este număr real și $i^2=-1$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $B(3)\cdot B(5)=8B(x)$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere întregi pentru care matricea $B(m)+iB(n)$ **nu** este inversabilă.

81. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricele $M(x)=\begin{pmatrix} x+1 & -x \\ -2x & 2x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(1))=4$.

5p **b)** Arătați că $M(x)\cdot M(1)=M(4x+1)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot M(1)\cdot M(1)=M(x+2)$.

82. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1 & -x\\ x & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=3$.

5p **b)** Arătați că $A(-1)\cdot A(2)-A(-1)=2I_2$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(-x)+xA(x)=3I_2$.

83. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 3-x\\ 2-x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Arătați că $B(x)-B(0)=xA$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Arătați că matricea $C(a)=B(a)\cdot B(1)-B(a+1)$ este inversabilă, pentru orice număr întreg a.

84. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & a+1 \\ 1 & a & -1 \\ 2 & -a & 4 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax+y+(a+1)z=a \\ x+ay-z=4 \\ 2x-ay+4z=-4 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-9$.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care sistemul are soluție unică.

5p **c)** Arătați că, dacă sistemul are soluția unică (x_0, y_0, z_0), atunci $x_0+y_0+z_0=2$.

85. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x+1&-1&1\\0&x&0\\1&-1&x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=3$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(x)=A(0)$.

5p **c)** Determinați numerele reale a și b pentru care $(A(1))^{-1}=aA(1)+bI_3$, unde $(A(1))^{-1}$ este inversa matricei $A(1)$.

86. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1-a & a\\ -3a & 3a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=5$.

5p **b)** Arătați că $A(a)-I_2=a(A(1)-I_2)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Determinați numărul întreg m pentru care $A(m)\cdot A(2m)=A(1)$.

87. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x+1 & 2x+1\\ x-1 & 2x-1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(B(2))=4$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $B(0)\cdot B(1)=aA$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=A\cdot(B(0)-3I_2)$.

88. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}3+a & 2-2a\\ 1-a & 1+3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.
5p	**b)** Arătați că $A(0)\cdot(A(a)-A(0))=aI_2$, pentru orice număr real a.
5p	**c)** Demonstrați că $\det(A(a^2)-aA(a))\geq 0$, pentru orice număr real a.

89. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & -2x \\ 1 & x-6 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(6))=12$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A(4)\cdot A(4)=aA(4)$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale nenule, cu $m<n$, pentru care $\det(A(m)+A(n))=0$.

90. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & 3x-3\\ 1-x & 3x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(0))=3$.
5p	**b)** Determinați numărul real m pentru care $A(2)\cdot A(0)+A(5)=mI_2$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x)-A(0)\cdot A(1-x))=3$.

91. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x+1 & x+4\\ 2x & 4x-3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $\det\left(B(x)-xA\right)=x$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $B(x)+B(x+2)=2A\cdot A\cdot A$.

92. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & x-3\\ 3-x & x-4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $B(4)\cdot B(4)+I_2=aB(4)$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.

93. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}a & a+1\\ a-3 & 4a-1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(B(1))=7$.

5p **b)** Arătați că $B(2)-B(0)\cdot B(1)=4A$.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care matricea $C(a)=B(a)-aA$ **nu** este inversabilă.

94. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 2-2a & 2-a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=2$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $M(2)\cdot A=xM(1)$.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $\left(M(a)-2I_2\right)\cdot M(a)=(a+2)I_2$.

95. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2+2x & x\\ -x & 2-2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=1$.

5p **b)** Arătați că $A(2)\cdot A(1)+3A(-2)=16I_2$.

5p **c)** Determinați numărul întreg nenul m pentru care matricea $B(m)=\frac{1}{m}A(-m)$ este inversa matricei $A(m)$.

96. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2+2x & x\\ -x & 2-2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=1$.

5p **b)** Arătați că $A(2)\cdot A(1)+3A(-2)=16I_2$.

5p **c)** Determinați numărul întreg nenul m pentru care matricea $B(m)=\frac{1}{m}A(-m)$ este inversa matricei $A(m)$.

97. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}-2 & 8\\ -1 & 3\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că matricea $B=\frac{1}{2}\left(I_2-A\right)$ este inversa matricei A.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2\left(\mathbb{R}\right)$ pentru care $\left(A-I_2\right)\cdot X=2A$.

98. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-1 & 1\\ 1-x & x-5\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(6))=10$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A(3)\cdot A(3)=aI_2$.

5p **c)** Demonstrați că numărul $N=\det(A(m)\cdot A(2)-A(m-1))$ este natural, pentru orice număr întreg m.

99. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-2 & -1-x\\ 3x & x+4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(2))=18$.
5p	**b)** Arătați că matricea $B=4I_2-A(1)$ este inversa matricei $A(1)$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $12X-3A(1)\cdot X=A(5)$.

100. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2x+1 & 0\\ 4x & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=6$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(-2)\cdot A(1)-4I_2=A(x)$.

5p **c)** Demonstrați că $\det\left(A(x)+A\left(\frac{1}{x}\right)-2I_2\right)\geq 8$, pentru orice număr real nenul x.

101. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix} x+y & xy \\ 4 & x+y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1,2))=1$.
5p	**b)** Arătați că matricea $A(x,y)$ este inversabilă, pentru orice numere reale distincte x și y.
5p	**c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x,2)\cdot A(x,2)=4A(y,0)$.

102. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

---

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}2a+2 & -a\\ a-3 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(0)\cdot(6I_2-A(2)-A(-2))=xI_2$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(1)\cdot X\cdot A(1)=4I_2$.